Sixième séance de compléments d'analyse
Feuille de préparation

- Donner une caractérisation du rayon de convergence d'une série entière.
  Montrer que les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.

- Donner différentes méthodes de recherche du rayon de convergence d'une série entière. Illustrer par des exemples simples.
  Quel est le rayon de convergence de la série $\sum a_n z^n$ où a_n désigne la $n^{\text{ième}}$ décimale de π ? Et celui de $\sum a^n z^{3n+1}$?

- Quand dit-on qu'une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ est développable en série entière au voisinage de 0 ? Donner des exemples simples de telles fonctions.

- Rappeler la définition des coefficients de Fourier trigonométriques et exponentiels d'une fonction 2π-périodique.

- Énoncer le théorème de Dirichlet sur la convergence de la série de Fourier d'une fonction f, 2π-périodique. Que se passe-t-il si f est en outre de classe C^1 ?

- Expliciter le théorème de Parseval.

- Préparer les exercices 41 à 44 de la feuille d'exercices.