

## Première séance de compléments d'analyse

### Feuille de préparation

- Rappeler la définition d'une suite convergente. Donner des exemples simples, tous justifiables à l'aide de la définition.  
Montrer qu'une suite convergente est bornée.
- Rappeler la définition d'une suite divergente. Donner des exemples simples, tous justifiables à l'aide de la définition.
- Rappeler la définition de la limite finie d'une fonction à valeurs réelles en un point  $a$  de  $\mathbb{R}$ . Donner des exemples simples, tous justifiables à l'aide de la définition.  
Montrer que si la fonction  $f$  admet une limite  $\ell$  en  $a$  et si la suite  $(u_n)$  converge vers  $a$  alors la suite  $(f(u_n))$  converge vers  $\ell$ . Que dire de la réciproque ?
- Rappeler les définitions des limites à l'infini d'une fonction à valeurs réelles. Comparer avec les suites. Donner des exemples simples, tous justifiables à l'aide de la définition.
- Rappeler la définition de la borne supérieure d'une partie  $E$  de  $\mathbb{R}$ . Écrire (à l'aide de quantificateurs) une phrase mathématique signifiant que le réel  $M$  est la borne supérieure de la partie non vide  $E$  de  $\mathbb{R}$ .  
La borne supérieure de  $E$  est-elle toujours un élément de  $E$  ? Donner des exemples.
- Rappeler les définitions de la continuité et de la continuité uniforme d'une fonction à valeurs réelles sur un domaine  $D$ . Comparer. Donner des exemples.
- Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires. En donner une démonstration.
- Rappeler le théorème de Bolzano-Weierstrass pour les suites réelles. Que peut-on dire d'une fonction continue sur un segment  $[a, b]$  de  $\mathbb{R}$  ?
- Donner la définition d'une fonction convexe sur un intervalle  $I$ . Donner des exemples dont au moins un concernera une fonction non dérivable sur  $I$ .
- Préparer les exercices 1 à 10 de la feuille d'exercices.