Sixième séance de compléments d'algèbre
Feuille de préparation

- Dans un espace euclidien, qu'est-ce que l'adjoint d'un endomorphisme f ? Comment caractériser la matrice d'un tel endomorphisme ?
  Soit $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $(x, y, z) \longmapsto (x - y + z, x + y, z - x)$. Déterminer f^*.

- Rappeler le le théorème décrivant la propriété essentielle d'une matrice symétrique réelle. Ce résultat se généralise-t-il aux matrices symétriques complexes ?
  Quelles conséquences a ce théorème pour l'étude des formes quadratiques (coniques, quadriques, ...) ?,
  Soit A une matrice symétrique réelle telle que $A^n = Id$ pour un certain entier $n > 1$. Montrer que $A^2 = Id$.

- Soit E un $\mathbb{C}$-espace vectoriel. Donner la définition d'une forme hermitienne sur E. Quand dit-on que E est un espace hermitien ? Peut-on alors définir l'adjoint d'un endomorphisme f de E ?
  Soit $f : \mathbb{C}^3 \longrightarrow \mathbb{C}^3$, $(x, y, z) \longmapsto (2x + iy, -ix + y + jz, j^2y + 2z)$. Déterminer f^*.
  Énoncer le théorème de diagonalisation d'une matrice hermitienne.

- Préparer les exercices 58 à 69 de la feuille.