

Troisième séance de compléments d'algèbre

Feuille de préparation

- Donner les principales propriétés de la congruence modulo n dans \mathbb{Z} . Montrer alors que $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \cdot)$ est un anneau. Quels en sont les inversibles ?
- Énoncer le théorème de Wilson sur les nombres premiers. En proposer une démonstration.
- Rappeler le théorème de division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$ où \mathbb{K} est un corps. Quand dit-on qu'un polynôme est irréductible ? Donner des exemples.
Calculer le PGCD de $P_1 = 2X^4 - 3X^2 + 1$ et de $P_2 = X^3 + X^2 - X - 1$ dans $\mathbb{Q}[X]$ et trouver $S, T \in \mathbb{Q}[X]$ tel que $\text{PGCD}(P_1, P_2) = P_1.S + P_2.T$
- Montrer que tous les idéaux de $\mathbb{K}[X]$ sont principaux. Qu'appelle-t-on anneau quotient ? Étudier plus particulièrement l'anneau $\mathbb{R}[X]/(X^2 + 1)$.
- Préparer les exercices 21 à 34 de la feuille d'exercices.