

Algèbre et Géométrie 1

Exercice à rendre pour le vendredi 31 mars 2023

Exercice

Cet exercice vise à établir une caractérisation des triangles semblables. Il va donc de soi qu'aucune propriété de tels triangles (ou même de triangles égaux) n'est supposée connue.

Soit ABC et $A'B'C'$ deux triangles (non aplatis) du plan.

- 1) Montrer qu'il existe une isométrie qui envoie A sur A' , B sur B' et C sur C' si et seulement si on a $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ et $BC = B'C'$. On pourra commencer par « ramener » A' en A .
- 2) On cherche à démontrer l'équivalence des trois propriétés suivantes :
 - i) $A'B'C'$ est l'image de ABC par une similitude du plan.
 - ii) Les deux triangles ont des angles deux à deux égaux.
 - iii) Les longueurs des côtés de l'un des triangles sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.
 - a) Rappeler les propriétés d'une similitude du plan et en déduire que $i) \Rightarrow ii)$.
 - b) Démontrer que $ii) \Rightarrow iii)$.
 - c) À l'aide de la première question, montrer que $iii) \Rightarrow i)$.
 - d) Conclure.

Algèbre et Géométrie 1

Exercice à rendre pour le vendredi 31 mars 2023

Exercice

Cet exercice vise à établir une caractérisation des triangles semblables. Il va donc de soi qu'aucune propriété de tels triangles (ou même de triangles égaux) n'est supposée connue.

Soit ABC et $A'B'C'$ deux triangles (non aplatis) du plan.

- 1) Montrer qu'il existe une isométrie qui envoie A sur A' , B sur B' et C sur C' si et seulement si on a $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ et $BC = B'C'$. On pourra commencer par « ramener » A' en A .
- 2) On cherche à démontrer l'équivalence des trois propriétés suivantes :
 - i) $A'B'C'$ est l'image de ABC par une similitude du plan.
 - ii) Les deux triangles ont des angles deux à deux égaux.
 - iii) Les longueurs des côtés de l'un des triangles sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.
 - a) Rappeler les propriétés d'une similitude du plan et en déduire que $i) \Rightarrow ii)$.
 - b) Démontrer que $ii) \Rightarrow iii)$.
 - c) À l'aide de la première question, montrer que $iii) \Rightarrow i)$.
 - d) Conclure.