

Algèbre et Géométrie 1

Corrigé rapide de l'exercice à rendre pour le 26 septembre 2019

Exercice

- 1) Il y a l'identité, les réflexions, les translations, les rotations et les symétries glissées.
- 2) Remarquons que (IK) est parallèle à (BC) (droite des milieux) donc est la médiatrice de $[AB]$.
 - a) On a donc $f(A) = s \circ r(A) = s(A) = B$. Si on complète la figure en un carré $ABCD$, on trouve alors $f(B) = s(D) = C$ puisque (IK) est aussi la médiatrice de $[DC]$. Par suite, $f \circ f(A) = C \neq A$.
 - b) L'isométrie négative f n'est donc pas une réflexion (on aurait sinon $f \circ f = id$) : c'est une symétrie glissée qui s'écrit $f = t_{\vec{u}} \circ s_{\mathcal{D}} = s_{\mathcal{D}} \circ t_{\vec{u}}$ avec \vec{u} vecteur dirigeant \mathcal{D} .
 Mais alors, $f \circ f = t_{2\vec{u}}$ et donc d'après la question précédente $2\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{AC} = \vec{AK}$.
 Enfin, puisque $f(A) = B$, $s_{\mathcal{D}}(K) = B$ et \mathcal{D} est donc la médiatrice de $[KB]$. En conclusion, f est la symétrie glissée d'axe (IJ) et de vecteur $\vec{AK} = \vec{IJ}$.

