

GA1 - Géométrie

Exercice à rendre pour le jeudi 23 novembre 2023

Dans tout l'exercice, \mathcal{P} désigne le plan affine réel.

On appelle **homothétie-translation** du plan toute composée d'une homothétie et d'une translation du plan \mathcal{P} .

- 1) Soit f une homothétie-translation du plan. Montrer que f est bijective et que f transforme toute droite de \mathcal{P} en une droite parallèle.
- 2) Soit $f : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$ une bijection transformant toute droite de \mathcal{P} en une droite parallèle.
 - a) On suppose que f admet deux points fixes distincts O_1 et O_2 .
Soit $M \notin (O_1O_2)$. Montrer que $f(M) = M$.
En déduire que f est l'identité.
 - b) On suppose que f admet exactement un point fixe. Montrer que f est une homothétie.
 - c) On suppose que f n'a pas de point fixe. Soit O un point de \mathcal{P} et soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{f(O)O}$.
Vérifier que $g = t \circ f$ transforme encore chaque droite de \mathcal{P} en une droite parallèle. Qu'en déduit-on pour f ?
- 3) Énoncer un théorème résumant cet exercice.

GA1 - Géométrie

Exercice à rendre pour le jeudi 23 novembre 2023

Dans tout l'exercice, \mathcal{P} désigne le plan affine réel.

On appelle **homothétie-translation** du plan toute composée d'une homothétie et d'une translation du plan \mathcal{P} .

- 4) Soit f une homothétie-translation du plan. Montrer que f est bijective et que f transforme toute droite de \mathcal{P} en une droite parallèle.
- 5) Soit $f : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$ une bijection transformant toute droite de \mathcal{P} en une droite parallèle.
 - a) On suppose que f admet deux points fixes distincts O_1 et O_2 .
Soit $M \notin (O_1O_2)$. Montrer que $f(M) = M$.
En déduire que f est l'identité.
 - b) On suppose que f admet exactement un point fixe. Montrer que f est une homothétie.
 - c) On suppose que f n'a pas de point fixe. Soit O un point de \mathcal{P} et soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{f(O)O}$.
Vérifier que $g = t \circ f$ transforme encore chaque droite de \mathcal{P} en une droite parallèle. Qu'en déduit-on pour f ?
- 6) Énoncer un théorème résumant cet exercice.