

AP1 - Probabilités

Contrôle du vendredi 20 décembre 2024

Les calculatrices, téléphones portables et autres objets connectés ne sont pas autorisés.

Ce sujet est composé de trois exercices totalement indépendants. Le barème est indicatif.

La clarté et la précision des raisonnements, la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice n°1 (3 points)

On considère l'application

$$f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$$

$$n \longmapsto \begin{cases} 4n & \text{si } n \text{ est pair} \\ \frac{n+1}{2} & \text{si } n \text{ est impair.} \end{cases}$$

- 1) Démontrer que f est surjective.
- 2) f est-elle bijective ?

Exercice n°2 (9 points)

On extrait, simultanément et au hasard, cinq cartes d'un jeu classique de 52 cartes et on observe la « main » obtenue.

- 1) Proposer un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$ modélisant cette expérience aléatoire.
- 2) Comment décrire l'évènement « On obtient une main comprenant exactement un as » à l'aide du modèle précédent ? Quelle est le cardinal de cet évènement ?
- 3) Quelle est la probabilité d'obtenir une main comprenant au moins un valet ?

Exercice n°3 (8 points)

Dans un pays une maladie virale est transmise d'un être humain à un autre par un insecte infecté.

Un test a été mis en place pour le dépistage de ce virus. On sait que :

- La probabilité qu'une personne atteinte par le virus ait un test positif est de 0,98
- La probabilité qu'une personne non atteinte par le virus ait un test positif est de 0,01.

On procède à un test de dépistage systématique dans la population de ce pays. Un individu est choisi au hasard dans cette population. On appelle :

- M l'évènement : « l'individu est atteint par le virus » ;
- T l'évènement : « Le test de l'individu choisi est positif ».

On notera p la proportion de personnes atteintes par le virus dans la population.

- 1) Calculer, en fonction de p , la probabilité $\mathbb{P}(T)$.
- 2) On considère que le test est fiable lorsque la probabilité qu'une personne ayant un test positif soit réellement atteinte par le virus est supérieure ou égale à 0,95.
À partir de quelle proportion p de malades dans la population le test est-il fiable ?
(On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.)

Fin du sujet.