

## Exercice n° 9 - B

## Thème : Arithmétique

## L'exercice

- 1) Quels sont les restes possibles de la division euclidienne par 24.

Soient  $a$  et  $b$  dans  $\mathbb{N}$ , montrer que  $a - b$  est divisible par 24 si et seulement si  $a$  et  $b$  ont même reste dans la division euclidienne par 24.

- 2) On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par

$$u_n = 1 + 10 + 100 + \dots + 10^n.$$

Trouver deux entiers naturels distincts  $n$  et  $p$  tels que  $u_n - u_p$  soit divisible par 24.

- 3) Montrer que, pour tout nombre  $a \in \mathbb{N}$ , il existe un multiple non nul de  $a$  qui s'écrit en écriture décimale uniquement avec les chiffres 1 et 0.

## Le travail à exposer devant le jury

**Q1)** Énoncer le théorème de division euclidienne dans  $\mathbb{N}$ .

**Q2)** Proposer une démonstration de ce théorème.

**Q3)** Effectuer la division euclidienne de 2025 par 7. Comment faire le lien avec la division posée ?

**Q4)** Présenter une correction détaillée de la question **3)** de l'exercice proposé