

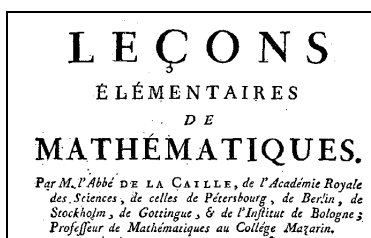
Préparation à l'oral

Exercice n° 5 - A

Thème : proportionnalité

L'exercice

Pendant plusieurs siècles, on a utilisé et enseigné la règle de fausse position. L'encadré ci-dessous propose un extrait d'un ouvrage édité en 1784, consultable aujourd'hui sur le site de la Bibliothèque Nationale de France, expliquant cette règle.



265. La règle de fausse position sert à trouver un nombre inconnu par le moyen d'un nombre supposé. Soit proposé, par exemple, de trouver un nombre dont la moitié, le quart & le cinquième fassent 456.

Je suppose que ce nombre est 20. Mais il est clair que la moitié, le quart & le cinquième de 20 ne font que 19. Ma supposition est donc fautive. Elle n'en servira pas moins cependant à me faire connaître le nombre demandé. Car puisque deux quantités sont toujours entre elles comme leurs parties semblables (242), on peut les regarder l'une comme la somme des antécédents d'une suite de termes proportionnels, l'autre comme la somme des conséquents. Or ces deux sommes sont entre elles (241), comme un nombre quelconque d'antécédents est au même nombre de conséquents, & réciproquement ; donc la moitié plus le quart, plus le cinquième de 20, sont à la moitié, plus au quart, plus au cinquième du nombre que je cherche, comme le nombre 20 lui-même est au nombre cherché. J'ai donc, $19 : 456 :: 20 : x = 480$.

En utilisant la typographie actuelle

Proposition 265. La règle de fausse position sert à trouver un nombre inconnu par le moyen d'un nombre supposé. Soit proposé, par exemple, de trouver un nombre dont la moitié, le quart et le cinquième fassent 456. Je suppose que ce nombre est 20. Mais il est clair que la moitié, le quart et le cinquième de 20 ne font que 19. Ma supposition est donc fautive. Elle n'en servira pas moins cependant à me faire connaître le nombre demandé. Car puisque deux quantités sont toujours entre elles comme leurs parties semblables (Proposition 242), on peut les regarder l'une comme la somme des antécédents d'une suite de termes proportionnels, l'autre comme la somme des conséquents. Or ces deux sommes sont entre elles (Proposition 241), comme un nombre quelconque d'antécédents est au même nombre de conséquents et réciproquement ; donc la moitié plus le quart, plus le cinquième de 20 sont à la moitié plus le quart, plus le cinquième du nombre que je cherche, comme le nombre 20 est lui-même au nombre cherché.

J'ai donc, $\frac{19}{456} = \frac{20}{x}$ soit $x = 480$.

Tournez la page S.V.P.

- 1) Résoudre le problème posé : « trouver un nombre dont la moitié, le quart et le cinquième fassent 456 ».
- 2) Le nombre 20 a-t-il été choisi au hasard ? Le résultat trouvé dépend-il de ce choix ?
- 3) L'auteur fait référence à deux propriétés établies auparavant (numérotées 242 et 241). La première citée (242) : « Deux quantités sont toujours entre elles comme leurs parties semblables » peut se traduire aujourd'hui par l'égalité : $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$. Quelle propriété des tableaux de proportionnalité peut traduire la seconde ?
- 4) En appliquant cette méthode, trouver la solution du problème posé par Fancès Pellos gentilhomme niçois de la fin du XV^e siècle : « *Une lance a la moitié et le tiers dans l'eau et 9 paumes à l'extérieur. Je te demande combien elle a de long ?* ».

Le travail à exposer devant le jury

- Q1)** Quel peut-être l'apport d'un texte historique ?
- Q2)** Quelles sont les propriétés sur lesquelles repose la « règle de la fausse position » ? Quelle classe de problèmes cette règle permet-elle de résoudre ?
- Q3)** Pour a, b, c, d réels strictement positifs, l'assertion « $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$ » est-elle vraie ?
- Q4)** Présenter une correction des questions 2) et 4) de l'exercice.