

Préparation à l'oral

Exercice n° 3 - B

Thème : intégration

L'exercice

1. Déterminer les primitives sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par :

$$f(x) = 2 \sin(x) \cos(x)$$

2. En déduire la valeur du réel I défini par :

$$I = \int_0^{\pi} (\sin(x) + \cos(x))^2 dx$$

3. On considère les réels $K = \int_0^{\pi} \cos^2(x) dx$ et $L = \int_0^{\pi} \sin^2(x) dx$

- a) Calculer $K + L$ et $K - L$.
b) En déduire les valeurs de K et L .

Les réponses proposées par trois élèves à la question 1.

Élève 1

La primitive de $\sin$ est $-\cos$ et la primitive de $\cos$ est $\sin$, donc la primitive de f est

$$F(x) = -2 \cos(x) \sin(x)$$

Élève 2

Soit u la fonction cosinus, sa dérivée est moins la fonction sinus ; je reconnais la formule uu' donc les primitives de f sur $\mathbb{R}$ sont :

$$F(x) = \sin^2(x) + k$$

Élève 3

On a $f(x) = 2 \sin(x) \cos(x) = \sin(2x)$, donc les primitives de f sont les fonctions F définies par :

$$F(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + k \quad (k \in \mathbb{R})$$

Le travail à exposer devant le jury

- 1) Analyser la production de chacun de ces élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs erreurs éventuelles.
- 2) Présenter une correction détaillée de l'exercice.
- 3) Quelles sont les principales propriétés du calcul intégral en jeu dans cet exercice ?
- 4) Proposer une autre méthode (et un énoncé adapté) pour calculer K et L .