

Préparation à l'oral

Exercice n° 3 - A

Thème : fonctions

L'exercice

On trouve dans le manuel Déclic - Terminale S, enseignement obligatoire (Hachette 2006), dans le chapitre « Fonctions - Variations et continuité », l'énigme suivante :

Le marcheur

Un marcheur a parcouru 10 km en une heure. Existe-t-il un intervalle d'une demi-heure pendant lequel il a parcouru exactement 5 km ?

Un extrait de manuel

Pour guider les élèves dans la résolution de l'énigme, le manuel Déclic propose l'exercice ci-dessous.

Le marcheur

Pour t appartenant à l'intervalle $[0, 1]$, on désigne par $f(t)$ la distance, en kilomètres, parcourue à l'instant t , en heures.

Il est naturel de faire l'hypothèse que f est une fonction continue sur $[0, 1]$.

1° Préciser $f(0)$ et $f(1)$.

2° Écrire l'équation traduisant le problème.

3° Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0, \frac{1}{2}]$ par

$$g(t) = f(t + \frac{1}{2}) - f(t)$$

Démontrer que l'équation $g(t) = 5$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[0, \frac{1}{2}]$.

4° Conclure.

Le travail à exposer devant le jury

- 1) Quelles difficultés présente l'énigme initiale ? Comparer avec l'exercice destiné aux élèves.
- 2) Présenter une correction détaillée de l'exercice.
- 3) Énoncer le théorème clé de l'exercice. Comment le démontrer ?