Université de Rennes

Préparation à l'oral

Exercice n° 22 - B

Thème : Probabilités

SUJET B

Exercice :

1. Soit X une variable aléatoire réelle définie sur espace probabilisé fini $(\Omega, \mathscr{P}(\Omega), \mathbb{P})$. Donner la définition de la variance de X puis énoncer la formule de Köenig-Huygens.
2. Énoncer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev pour la variable aléatoire X.
3. On suppose ici que la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres n et p. Soit $\varepsilon > 0$. Démontrer que
$$\mathbb{P}\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| \geqslant \varepsilon\right) \leqslant \frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2}.$$
4. On lance un dé classique non pipé. Déterminer un nombre de lancers à effectuer pour pouvoir affirmer, avec un risque d'erreur inférieur à 5 %, que la fréquence d'apparition du 6 au cours de ces lancers diffère de $\dfrac{1}{6}$ d'au plus $0,01$.

Notion mise en jeu :

Inégalités probabilistes. Il est attendu notamment que la candidate ou le candidat sache démontrer la formule de Köenig-Huygens et proposer une démonstration (ou au moins les points constitutifs d'une démonstration) de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.