

Préparation à l'oral**Exercice n° 21 - B****Thème : Matrices****SUJET B****Exercice :**

Pour $(a, b) \in [0, 1]^2$, on pose $A = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 1-b & b \end{pmatrix}$.

1. Calculer $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. En déduire une valeur propre de A .
2. Donner l'autre valeur propre de A (en fonction de a et de b) puis montrer que A est diagonalisable.

On suppose désormais que $a = b = 1/2$.

3. Trouver une matrice inversible $P \in M_2(\mathbb{R})$ telle que $P^{-1}AP$ soit diagonale.
4. Calculer A^k pour tout entier naturel k .

Notion mise en jeu :

Vecteurs propres, valeurs propres. Il est attendu que le ou la candidate sache expliciter et démontrer le lien entre la diagonalisabilité d'une matrice carrée A de taille n , et l'existence d'une base de \mathbb{R}^n formée de vecteurs propres de A .