

Préparation à l'oral

Exercice n° 20 - B

Thème : Statistiques

SUJET B

Exercice :

Toutes les notions sur les séries statistiques simples sont ici supposées connues.

On considère une population $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_p\}$ pour laquelle on étudie deux caractères numériques $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ et $Y : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$. Pour $i \in \llbracket 1, p \rrbracket$, on note $x_i = X(\omega_i)$ et $y_i = Y(\omega_i)$. On définit ainsi une série statistique double.

1. Rappeler ce que sont le *nuage de points* et le *point moyen* associés à cette série.
2. On appelle *covariance* de la série double de caractères X et Y le nombre

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Montrer que $\text{cov}(X, Y) = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p x_i y_i - \bar{x} \bar{y}$.

3. Donner une équation de la droite d'ajustement de Y en X par la méthode des moindres carrés (dite aussi *droite de régression de Y en X*). Vérifier que cette droite passe par le point moyen.
4. Le service commercial d'une entreprise relève, chaque mois, les sommes X consacrées à la publicité et le montant Y correspondant des ventes (les sommes sont exprimées en milliers d'euros).

Numéro du mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Frais de publicité	2,3	3,2	1,8	5,3	3	7	4,7	3,8	10	7,1	4,6	3,3
Montant des ventes	34	39	26	63	37	80	52	57	108	70	56	44

- (a) Représenter le nuage de points et le point moyen de cette série
- (b) Déterminer une équation de la droite d'ajustement de Y en X par la méthode des moindres carrés.
- (c) Pour des frais de publicité de $x = 9,3$ (milliers d'euros), quel montant de ventes peut-on prévoir ?

Notion mise en jeu :

Droites de régression. Il est attendu notamment que la candidate ou le candidat sache proposer une ou plusieurs démonstrations (ou au moins les points constitutifs d'une démonstration) des formules donnant les paramètres de la droite des moindres carrés : coefficient directeur et ordonnée à l'origine.