Université de Rennes

Préparation à l'oral

Exercice n° 18 - A

Thème : Fonctions

L'exercice

1. Rappeler le théorème d'intégration par parties pour des fonctions réelles de la variable réelle.
2. Énoncer la formule de Taylor avec reste intégral.
3. Proposer une démonstration de ce dernier résultat.
4. Soit x un réel.
   (a) Démontrer que pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ on a : $\left| e^x - \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} \right| \leqslant \frac{|x|^{n+1} e^{|x|}}{(n+1)!}$.
   (b) Soit q un réel positif. Démontrer que la suite $\left(\frac{q^n}{n!}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 0.
   (c) Déterminer la limite lorsque n tend vers $+\infty$ de $\sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$.

Notion mise en jeu : Formule de Taylor.

Il est attendu notamment que la candidate ou le candidat sache démontrer la formule de Taylor avec reste intégral.