

Préparation à l'oral**Exercice n° 15 - B****Thème : Fonctions réciproques****L'exercice**

1. Rappeler le théorème de la bijection pour une fonction réelle f définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
2. Montrer que, dans un repère orthonormé, la courbe représentative de f^{-1} est la symétrique de celle de f , par la symétrie orthogonale par rapport à la droite d'équation $y = x$.
3. Soit f une fonction réelle bijective de l'intervalle I dans l'intervalle J de $\mathbb{R}$. On suppose f dérivable sur I et que f' ne s'annule pas. Rappeler l'expression de la dérivée de f^{-1} en fonction de f .
4. Retrouver alors les dérivées des fonctions

$$\arcsin : [-1, 1] \longrightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \quad \text{et} \quad \arccos : [-1, 1] \longrightarrow [0, \pi]$$

5. On cherche à démontrer la propriété suivante :

$$\forall x \in [-1, 1] \quad \arccos(x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}.$$

- (a) Montrer la propriété en utilisant le fait que, pour tout réel θ , $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin(\theta)$.
- (b) Montrer la propriété en étudiant la fonction $h : x \longmapsto \arccos(x) + \arcsin(x)$.

Notion mise en jeu : Fonctions réciproques.

Il est attendu notamment que la candidate ou le candidat sache démontrer la « formule » de dérivation d'une fonction réciproque.