

Préparation à l'oral**Exercice n° 10 - A****Thème : Suites****L'exercice**

Dans une réserve naturelle, on dénombre 270 pies bavardes. On admet qu'il ne peut y avoir plus de 1 000 individus, on note p_n le nombre de milliers de pies au bout de n années. Ainsi, $p_0 = 0,27$.

- 1) Premier modèle. On suppose que la population augmente de 10 % par an. Est-ce réaliste ?
- 2) Modèle logistique. On suppose $(p_n)_{n \in \mathbb{N}}$ donnée par $p_{n+1} = rp_n(1 - p_n)$ et $p_0 > 0$, avec $r > 0$ une constante dite facteur de croissance.
 - (a) Étudier la fonction $x \mapsto rx(1 - x)$.
 - (b) Étudier l'évolution (croissance, limite) de la population lorsque $0 \leq r < 1$.
 - (c) Étudier l'évolution (croissance, limite) de la population lorsque $r = 1$.
 - (d) Étudier l'évolution (croissance, limite) de la population lorsque $1 \leq r < 2$.

Le travail à exposer devant le jury

- Q1)** Énoncer une proposition donnant la croissance et la convergence d'une suite géométrique en fonction de sa raison.
- Q2)** Soit une suite récurrente donnée par $u_{n+1} = f(u_n)$. Énoncer un théorème faisant le lien entre la limite éventuelle de la suite (u_n) et les points fixes de f . Le démontrer.
- Q3)** Présenter une correction de l'exercice.
- Q4)** Comment en interpréter les résultats ?