

## Exercice n° 10 - A

Thème : Suites

**L'exercice**

Dans une réserve naturelle, on dénombre 270 pies bavardes. On admet qu'il ne peut y avoir plus de 1 000 individus, on note  $p_n$  le nombre de milliers de pies au bout de  $n$  années. Ainsi,  $p_0 = 0,27$ .

- 1)** Premier modèle. On suppose que la population augmente de 10 % par an. Est-ce réaliste ?
- 2)** Modèle logistique. On suppose  $(p_n)_{n \in \mathbb{N}}$  donnée par  $p_{n+1} = rp_n(1 - p_n)$  et  $p_0 > 0$ , avec  $r > 0$  une constante dite facteur de croissance.
  - (a)** Étudier la fonction  $x \mapsto rx(1 - x)$ .
  - (b)** Étudier l'évolution (croissance, limite) de la population lorsque  $0 \leq r < 1$ .
  - (c)** Étudier l'évolution (croissance, limite) de la population lorsque  $r = 1$ .
  - (d)** Étudier l'évolution (croissance, limite) de la population lorsque  $1 \leq r < 2$ .

**Le travail à exposer devant le jury**

- Q1)** Énoncer une proposition donnant la croissance et la convergence d'une suite géométrique en fonction de sa raison.
- Q2)** Soit une suite récurrente donnée par  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Énoncer un théorème faisant le lien entre la limite éventuelle de la suite  $(u_n)$  et les points fixes de  $f$ . Le démontrer.
- Q3)** Présenter une correction de l'exercice.
- Q4)** Comment en interpréter les résultats ?