

Programme des épreuves écrites :

Les épreuves d'admissibilité porteront sur le tronc commun des programmes des différentes licences de mathématiques. Les chapitres sur lesquels les candidats pourront être interrogés sont :

- Raisonnement et vocabulaire ensembliste

Opérateurs logiques et quantificateurs. Vocabulaire de la théorie des ensembles. Applications, relations d'ordre et relations d'équivalence.

- Nombres complexes

Module et argument. Racines n -ièmes de l'unité. Exponentielle complexe, trigonométrie. Applications à la géométrie plane. Équation du second degré.

- Fonctions d'une variable réelle

Fonctions de référence (polynômiale, trigonométrique, fonction puissance, racine carrée, logarithme, exponentielle, rationnelle, trigonométriques inverse), limites et continuité, théorème des valeurs intermédiaires. Dérivabilité, théorème de Rolle, inégalité des accroissements finis, approximation locale d'une fonction par une fonction affine, parité, tangente en un point de la courbe d'une fonction, convexité.

- Fonctions de deux variables réelles

Continuité et dérivabilité, approximation affine (formule de Taylor à l'ordre 1 ou à l'ordre 2), gradient et lignes de niveaux, équation du plan tangent, points critiques.

- Courbes paramétrées

- Calcul intégral et équations différentielles

Intégrale d'une fonction continue sur un segment, sommes de Riemann, calculs de primitives, calcul d'aires, valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle. Intégration par parties, changement de variable. Formule de Taylor avec reste intégral. Intégrales généralisées. Équations différentielles linéaires du premier ordre, du premier ordre à variables séparables, linéaires du second ordre à coefficients constants.

- Nombres réels et suites réelles

Construction de $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$. Présentation axiomatique de $\mathbb{R}$, bornes supérieure et inférieure. Valeurs approchées, nombres décimaux. Limite d'une suite réelle, théorèmes d'existence. Suites extraites. Suites récurrentes. Suites arithmético-géométriques. Séries numériques, séries à termes positifs, séries absolument convergentes, séries de références (séries géométriques, séries de Riemann).

- Suites et séries de fonctions

Convergence simple, convergence uniforme. Théorèmes de régularité. Convergence normale des séries de fonctions. Séries entières, rayon de convergence. Développement en série entière des fonctions usuelles.

- Algèbre linéaire :

Systèmes linéaires, algorithme du pivot de Gauss-Jordan. Espaces vectoriels de dimension finie, familles libres, familles génératrices, bases, somme directe. Applications linéaires. Homothéties, projections et symétries. Rang d'une application linéaire. Représentations matricielles d'un endomorphisme. Réduction des endomorphismes et des matrices carrées : éléments propres, diagonalisation, trigonalisation. Matrices inversibles, transposition. Matrices et applications linéaires, changement de base. Équivalence, similitude. Déterminant d'une matrice carrée, d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie.

- Arithmétique et polynômes

Arithmétique des entiers : nombres premiers, PGCD, PPCM, algorithme d'Euclide. Sous-groupes de $\mathbb{Z}$. Congruences. Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Théorème des restes chinois, petit théorème de Fermat.
Polynômes : arithmétique des polynômes à coefficients réels ou complexes. Racines.

- Groupes

Sous-groupes, morphismes de groupes. Groupes monogènes et groupes cycliques : groupes $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, groupe des racines n -ièmes de l'unité ; générateurs, indicatrice d'Euler. Ordre d'un élément. Groupes symétriques. Exemples de groupes agissant sur un ensemble, exemples de groupes laissant invariante une partie du plan ou de l'espace.

- Produit scalaire et espaces euclidiens

Produit scalaire sur un espace de dimension finie, norme associée, orthogonalité. Bases orthonormées. Projections orthogonales. Orientation. Groupes des isométries vectorielles, des isométries affines, des similitudes. Isométries vectorielles d'un espace euclidien de dimension 2 ou 3. Isométries affines du plan euclidien.

- Dénombrement

Cardinal d'un ensemble fini, listes, combinaisons, factorielles, formule du binôme.

- Probabilités

Espaces probabilisés finis. Probabilités conditionnelles, conditionnement et indépendance. Variables aléatoires sur un univers fini : lois usuelles (loi uniforme, loi binomiale), variables aléatoires indépendantes, espérance, variance et écart-type. Variables aléatoires discrètes : espérance et variance, loi de Poisson, loi géométrique. Variables aléatoires à densité : espérance, variance. Lois uniformes, loi exponentielle.

- Série statistique à une variable

Caractéristiques de position (médiane, moyenne), caractéristiques de dispersion (étendue, écart interquartile, écart type).

- Série statistique à deux variables

Point moyen d'un nuage de points, ajustement affine par la méthode des moindres carrés, coefficient de corrélation linéaire, interpolation et extrapolation.

- Théorie des graphes

Graphe, sommets, arêtes. Sommets adjacents, degré, ordre d'un graphe, chaîne, longueur d'une chaîne, graphe connexe. Matrice d'adjacence d'un graphe. Graphe orienté pondéré associé à une chaîne de Markov à deux ou trois états. Distributions invariantes d'une chaîne de Markov à deux ou trois états.

Les concepteurs de sujets pourront être amenés à rappeler certains théorèmes ou résultats dans les énoncés.