

Thème : probabilités

L'exercice

Soit $S_0 = 0$, on lance une pièce équilibrée, on pose $\begin{cases} S_1 = S_0 + 1 & \text{si on obtient PILE,} \\ S_1 = S_0 - 1 & \text{si on obtient FACE.} \end{cases}$

En itérant le lancer de pièces, on définit une suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que :

$$S_0 = 0 \text{ et pour tout entier naturel } n, \begin{cases} S_{n+1} = S_n + 1 & \text{si on obtient PILE,} \\ S_{n+1} = S_n - 1 & \text{si on obtient FACE.} \end{cases}$$

Pour tout n entier naturel, on note A_n l'événement « obtenir $S_n = 0$ ».

Quelle est la probabilité de l'événement A_n , pour un entier naturel n non nul donné ?

Les réponses de trois élèves de première scientifique

```

1 def suitealea(n) :
2     C=0
3     for I in range(10000) :
4         S = 0
5         for J in range(n) :
6             S = S + (2*randint(0,1) - 1)
7         if S == 0 :
8             C = C + 1
9     P = C/10000
10    return P

```

Élève 1

Pour calculer la probabilité de A_n ,
j'ai rédigé un programme en langage Python.
J'ai lancé le programme pour différentes valeurs de n .

n	2	3	4	5	6	7	8
P	0.5	0	0.373	0	0.307	0	0.279

Élève 2

Pour S_1 on peut trouver : -1 ; 1.

Pour S_2 on peut trouver : -2 ; 0 ; 2.

Pour S_3 on peut trouver : -3 ; -1 ; 1 ; 3.

Pour S_4 on peut trouver : -4 ; -2 ; 0 ; 2 ; 4.

Pour S_5 on peut trouver : -5 ; -3 ; -1 ; 1 ; 3 ; 5.

Donc si n est impair alors $P(A_n) = 0$ et si n est pair alors $P(A_n) = \frac{1}{n+1}$.

Élève 3

J'ai construit un arbre pondéré, il me fait penser à la loi binomiale avec n et $p = 0.5$.

Avec l'arbre, j'ai calculé $P(A_2) = 0.5$, $P(A_3) = 0$, $P(A_4) = 0.375$ et $P(A_5) = 0$.

Mais je n'ai pas trouvé le lien entre A_n et la loi binomiale quand n devient grand.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 - Analysez la réponse des trois élèves en mettant en évidence leurs réussites ainsi que leurs erreurs. Vous préciserez l'accompagnement que vous pouvez leur proposer.
- 2 - Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.
- 3 - Proposez deux exercices sur le thème *probabilités* l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. L'un des exercices devra notamment permettre de travailler la compétence « chercher ».