

Thème : Probabilités**L'exercice**

Une urne contient une boule blanche et une boule noire. On effectue au hasard n tirages successifs ($n \geq 2$) d'une boule en remettant la boule dans l'urne après chaque tirage.

- 1) 1.a) Calculer la probabilité de l'événement "toutes les boules tirées ont la même couleur".
- 1.b) Calculer la probabilité de l'événement "on obtient exactement une boule blanche".

On considère les deux événements A et B suivants :

A : "on obtient des boules des deux couleurs"

B : "on obtient au plus une boule blanche"

- 2) Calculer les probabilités $P(A \cap B)$, $P(A)$ et $P(B)$.
- 3) Montrer que $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ si et seulement si l'entier n vérifie l'égalité $2^{n-1} = n + 1$.
- 4) En déduire qu'il existe une valeur unique de n pour laquelle A et B sont deux événements indépendants (on pourra considérer la suite $(u_n)_{n \geq 2}$ définie par $u_n = 2^{n-1} - (n + 1)$ et montrer qu'elle est strictement croissante).

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Dégager les méthodes et savoirs mis en jeu dans l'exercice.
- 2- Présenter une solution de la question 1).
- 3- Proposer un ou plusieurs exercices se rapportant au thème "**Probabilités**".