# Dossier 10-02

## Thème : Probabilités

### 1. L'exercice proposé au candidat

Cet exercice est un QCM. Pour chaque affirmation une seule des réponses A, B ou C est exacte et il s'agit de la trouver.

1) Dans une classe de 31 élèves, 12 élèves jouent au tennis, 8 élèves jouent au football et 5 élèves jouent à la fois au tennis et au football.
   On interroge au hasard un élève de cette classe. La probabilité que cet élève ne joue ni au tennis ni au football est :

   $\boxed{\text{A}}$ $\frac{6}{31}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{16}{31}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{11}{31}$

2) Une urne contient trois boules blanches et deux boules noires. On tire successivement et au hasard deux boules en respectant le protocole suivant : si la première boule tirée est noire alors on la remet dans l'urne avant de tirer la seconde boule. Si la première boule est blanche alors on ne la remet pas dans l'urne avant de tirer la seconde boule.
   La probabilité d'obtenir exactement une boule blanche à l'issue des deux tirages est :

   $\boxed{\text{A}}$ $\frac{3}{5}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{27}{50}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{12}{22}$

3) On dispose d'une urne $U_1$ contenant quatre jetons numérotées 1, 1, 2, 3 et d'une urne $U_2$ contenant trois jetons numérotées 2, 3, 3. On tire au hasard un jeton dans chaque urne et on appelle $X$ la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux jetons, associe la valeur absolue de la différence des numéros portés par les deux jetons. L'espérance mathématique de $X$ est :

   $\boxed{\text{A}}$ $1$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{13}{12}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{5}{6}$

### 2. Le travail demandé au candidat

| |
|---|
| En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.<br>Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury. |

***Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :***

**Q.1)** Indiquer pour chacun des items de ce QCM les savoirs mis en jeu pour trouver la réponse exacte.

**Q.2)** Justifier la réponse à la question 2).

***Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :***

- ◇ Sa réponse à la question **Q.2)**.
- ◇ L'énoncé d'un ou plusieurs exercices se rapportant au thème : « **Probabilités** ».

### 3. Quelques références aux programmes

## Classe de première scientifique

| Contenus | Modalités de mise en œuvre | Commentaires |
|---|---|---|
| **Probabilités** Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité.<br><br>Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, variance, écart-type.<br><br>Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.). | Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques les variances théoriques ; on illustrera ceci par des simulations dans des cas simples. On pourra aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille $n$, pour $n = 10$ ; $100$ ; $1000$.<br><br>On simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc.). | On pourra par exemple choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : *Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité $P$, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille $n$ se rapprochent de $P$ quand $n$ devient grand.*<br><br>On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme.<br><br>On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité. |

## Classe de terminale scientifique

| Contenus | Modalités de mise en œuvre | Commentaires |
|---|---|---|
| **Conditionnement et indépendance**<br>Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements. Indépendance de deux variables aléatoires.<br><br>Formule des probabilités totales. | On justifiera la définition de la probabilité de $B$ sachant $A$, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels.<br><br>On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes. . .efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités. Application à la problématique des tests de dépistage en médecine et à la loi de l'équilibre génétique lors d'appariements au hasard. | Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve.<br><br>Les élèves doivent savoir appliquer sans aide la formule des probabilités totales dans des cas simples. |

| Contenus | Modalités de mise en œuvre | Commentaires |
|---|---|---|
| **Lois de probabilités** | | |
| *Exemples de lois continues Lois continues à densité :*<br>– loi uniforme sur $[0, 1]$<br>– loi de durée de vie sans vieillissement. | Application à la désintégration radioactive : loi exponentielle de désintégration des noyaux. | Ce paragraphe est une application de ce qui aura été fait en début d'année sur l'exponentielle et le calcul intégral. |