Thème : Probabilités

1. L'exercice proposé au candidat

On s'intéresse à la durée de vie, exprimée en année, d'un téléviseur avant la première panne. On peut modéliser cette situation par une variable aléatoire qui suit une loi de probabilité p de durée de vie sans vieillissement définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$. Ainsi la probabilité d'un intervalle $[0, t[$, notée $p([0, t[)$, est la probabilité que le téléviseur tombe en panne avant t année. Cette loi est la loi exponentielle de paramètre λ où λ est un réel strictement positif.

1) Déterminer, en fonction de λ, la valeur de t pour laquelle on a $p([0, t[) = p([t, +\infty[)$.
2) D'après l'étude statistique effectuée par le constructeur, la probabilité que le téléviseur tombe en panne avant la fin de la première année est 0,18. Calculer la valeur exacte de λ.
   Dans la suite de l'exercice, on prendra $\lambda = 0{,}2$.
3) Montrer qu'une valeur approchée de la probabilité que le téléviseur n'ait pas eu de panne au cours des trois premières années, arrondie à 10^{-4} près, est : 0,5488.
4) Sachant que ce téléviseur n'a connu aucune panne au cours des 10 premières années après sa mise en service, quelle est la probabilité qu'il ne connaisse aucune panne au cours des 13 premières années ?
5) Dix téléviseurs neufs de ce type ont été mis en service en même temps. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de téléviseurs qui n'ont pas eu de panne au cours des trois premières années. Calculer une valeur approchée de la probabilité de l'événement « $X = 4$ » arrondie à 10^{-4} près.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Rédiger une réponse pour chacune des questions 3) et 4) de l'exercice.

Q.2) Commenter l'expression « loi de durée de vie sans vieillissement ».

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- ◇ Sa réponse à la question **Q.1)**.
- ◇ L'énoncé d'un ou plusieurs exercices se rapportant au thème : « **Probabilités** ».

3. Quelques références aux programmes

Classe de première scientifique

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
Probabilités : Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité. Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, variance, écart-type. Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.).	Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques les variances théoriques ; on illustrera ceci par des simulations dans des cas simples. On pourra aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille n, pour $n = 10\,;\,100\,;\,1000$. On simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc.).	On pourra par exemple choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : *Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.* On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme. On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité.

Classe de Terminale Scientifique

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
Conditionnement et indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements. Indépendance de deux variables aléatoires. Formule des probabilités totales. **Lois de probabilités**	On justifiera la définition de la probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels. On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes. . .efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités. Application à la problématique des tests de dépistage en médecine et à la loi de l'équilibre génétique lors d'appariements au hasard.	Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve. Les élèves doivent savoir appliquer sans aide la formule des probabilités totales dans des cas simples.
Exemples de lois continues Lois continues à densité : – loi uniforme sur $[0, 1]$ – loi de durée de vie sans vieillissement.	Application à la désintégration radioactive : loi exponentielle de désintégration des noyaux.	Ce paragraphe est une application de ce qui aura été fait en début d'année sur l'exponentielle et le calcul intégral.