

Thème : géométrie dans l'espace

L'exercice

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les droites \mathcal{D} et \mathcal{D}' d'équations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = 4 - 3t' \\ y = 5 - 8t' \\ z = 7 - t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}$$

- 1) Les droites \mathcal{D} et \mathcal{D}' sont-elles coplanaires ?
- 2) Vérifier que le point $A(2, 3, 5)$ est un point de \mathcal{D} . Soit M' un point quelconque de \mathcal{D}' . Quel est le lieu du point I , milieu de $[AM']$ lorsque M' décrit la droite \mathcal{D}' ?
- 3) On considère un point M de \mathcal{D} et un point M' de \mathcal{D}' . Quel est le lieu du milieu du segment $[MM']$ quand M et M' décrivent respectivement les droites \mathcal{D} et \mathcal{D}' ?

Les réponses d'un élève de terminale S

1. Pour savoir si les droites se coupent, on cherche un point d'intersection :

$$\begin{cases} 2 + t = 4 - 3t \\ 3 - 2t = 5 - 8t \\ 5 - t = 7 - t \end{cases} \iff \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = \frac{1}{3} \\ 5 = 7 \end{cases}$$

cela étant impossible, \mathcal{D} et \mathcal{D}' ne sont pas sécantes donc elles sont non coplanaires.

2. Le point $A(2, 3, 5)$ appartient à la droite \mathcal{D} . Je cherche le milieu avec un point de \mathcal{D}' , je l'appelle I . On trouve $I(3-1, 5t; 4-4t; 6-0, 5t)$. On trouve que I est sur une droite.

3. Comme c'est le même raisonnement même si on avait pris un autre point A , on obtient que l'ensemble cherché est une droite.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez la production de l'élève en mettant en évidence ses connaissances dans le domaine de la géométrie dans l'espace.
- 2- Proposez une correction des questions 2 et 3 comme vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3- Présentez plusieurs exercices sur le thème *géométrie dans l'espace*.