

Thème : géométrie dans l'espace

L'exercice

Dans un tétraèdre $ABCD$, I , J et K sont respectivement les milieux de $[AB]$, $[BD]$ et $[BC]$.

Les points E et F sont définis par $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CJ}$.

Démontrer que les points I , E , F et K sont coplanaires.

Les réponses de trois élèves

Élève 1

Il est clair que $(B; \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA})$ est un repère de l'espace. Dans ce repère, on a : $I(0; 0; 1/2)$, $K(1/2; 0; 0)$, $F(1/3; 1/3; 0)$ et $E(0; 1/3; 1/3)$. J'en déduis $\overrightarrow{IE}(0; 1/3; -1/6)$ et $\overrightarrow{FK}(1/6; -1/3; 0)$.

Je calcule $xy' - yx'$: $0 \times \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{18}$.

$xy' - yx'$ n'est pas nul, donc (IE) et (FK) ne sont pas parallèles, elles sont donc sécantes et donc coplanaires.

I , E , F et K sont coplanaires.

Élève 2

J'ai tracé une figure. Sur la figure, j'ai tracé (IE) et (FK) . Elles sont sécantes.

Élève 3

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, d'après le théorème des milieux.

$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{CE}$$

$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AJ}$$

Je vois sur la figure que $\overrightarrow{FE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$, mais je n'arrive pas à le démontrer.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les productions de ces trois élèves en mettant en évidence les outils utilisés et les erreurs éventuelles. Quelles aides pouvez-vous leur apporter ?
- 2- En vous appuyant sur les productions des élèves, présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3- Présentez deux exercices sur le thème *géométrie dans l'espace* en précisant les objectifs visés par chacun d'eux.