

<b>Thème : Équations différentielles</b>
--

### L'exercice

Une loi de Newton stipule que la vitesse de refroidissement d'un corps reste proportionnelle à la différence entre la température de ce corps à l'instant  $t$  et la température constante de l'air ambiant (le coefficient de proportionnalité dépend essentiellement de la surface de contact entre le corps et son milieu, et on considérera ici que ce coefficient est constant).

- 1) Préciser et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la température  $\theta(t)$  à l'instant  $t > t_0$ , d'un corps porté initialement (c'est-à-dire à l'instant  $t_0$ ) à la température  $\theta_0$ , et qui est plongé dans un environnement dont la température constante est égale à  $\theta_c$ .
- 2) La température de votre cuisine (et de votre appartement) est constante, égale à  $20^\circ\text{C}$ . Quand vous le sortez du four à 20h, la température du gâteau que vous avez préparé pour vos invités est  $180^\circ\text{C}$ . Vous observez qu'à 20h30 elle est encore de  $100^\circ\text{C}$ . A quelle heure pourrez-vous le servir à la température idéale, soit  $25^\circ\text{C}$  ?
- 3) Comme vous voulez absolument servir votre gâteau à 22h précises, vous commencez par le placer dès 20h sur le rebord de votre fenêtre, où l'air ambiant est à une température de  $0^\circ\text{C}$ . Combien de temps devrez-vous le laisser sur ce rebord avant de le rentrer pour que vos invités puissent le déguster à 22h à la température idéale ?

### Le travail à exposer devant le jury

- 1- Préciser l'équation différentielle utilisée dans la première question de l'exercice et sa solution générale. Comment traiteriez-vous cette résolution dans une classe de terminale ?
- 2- Indiquer la façon dont vous pourriez mettre en place un tel exercice dans une classe de terminale S (notions traitées au préalable, rôle joué par les outils de calculs numériques et/ou formel, synthèse de la résolution, éventuellement proposition de questions intermédiaires ...)
- 3- Proposer un ou deux exercices issus de la géométrie, de la physique, de la biologie, de l'économie ou des probabilités, etc. et conduisant à la résolution d'une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants.