

<b>Thème : Équations différentielles</b>
--

L'exercice suivant a été donné en section de technicien supérieur (STS).

**L'exercice**

Soit  $(E)$  l'équation différentielle  $y' + y = 1 - e^{-x}$ .

- 1) Résoudre l'équation différentielle  $(E_1) y' + y = 0$ .
- 2) Déterminer une fonction  $u$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  telle que la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = u(x)e^{-x}$  soit une solution de  $(E)$ .
- 3) Déterminer l'ensemble des solutions de  $(E)$ .
- 4) Déterminer la fonction  $g$ , solution particulière de  $(E)$ , vérifiant la condition initiale  $g'(0) = 0$ .
- 5) Déterminer les limites de  $g$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
- 6) Déterminer les variations de  $g$ .
- 7) Construire la courbe représentative de  $g$  dans le plan muni d'un repère orthonormal.

**Un extrait des programmes de BTS****Équations différentielles**

*On s'attachera à relier les exemples étudiés avec les enseignements de physique, mécanique et technologie, en faisant saisir l'importance de l'étude de phénomènes continus définis par une loi d'évolution et une condition initiale, et en faisant ressortir la signification ou l'importance de certains paramètres ou phénomènes : stabilité, oscillation, amortissement, fréquences propres, résonance,...*

*a) Résolution des équations linéaires du premier ordre  $a(t)x'(t) + b(t)x(t) = c(t)$ . On se placera dans le cas où  $a, b, c$  sont des fonctions dérivables à valeurs réelles et on cherchera les solutions sur un intervalle où  $a$  ne s'annule pas.*

*b) Résolution des équations linéaires du second ordre à coefficients réels constants, dont le second membre est une fonction exponentielle-polynôme  $t \mapsto e^{at}P(t)$ , où  $a \in \mathbb{C}$ .*

**Travaux pratiques**

*1° Résolution d'équations différentielles linéaires du premier ordre.*

*2° Résolution d'équations différentielles linéaires du second ordre.*

*Pour les TP 1° et 2° :*

*toutes les indications permettant d'obtenir une solution particulière seront données. [...]*

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1- Analysez dans quelle mesure cet exercice correspond au référentiel du BTS.
- 2- Proposez une correction des questions 2), 3) et 4) telle que vous la proposeriez à des élèves de BTS.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *équations différentielles*, dont l'un au moins au niveau BTS.