

Thème : Intégration**L'exercice**

On se propose de calculer, avec les moyens à la disposition d'un élève de Terminale S, la valeur exacte de :

$$I = \int_0^1 \frac{1}{1+t^2} dt$$

On pose pour tout réel $x \in [0, 1]$:

$$I(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt$$

- 1) Montrer que la fonction $x \mapsto I(x)$ est dérivable sur $[0, 1]$ et calculer sa fonction dérivée I' .
- 2) Pour tout $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$, on pose :

$$F(x) = I(\tan(x))$$

- a) Montrer que F est dérivable sur $[0, \frac{\pi}{4}]$ et calculer $F'(x)$.
 - b) Montrer que, pour tout $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$, on a $F(x) = x$.
- 3) En déduire la valeur de I .

Un extrait des programmes

Extrait du programme de Terminale S (BO spécial n°8 du 13 octobre 2011)

Contenus	Commentaires
Définition de l'intégrale d'une fonction continue et positive sur $[a, b]$ comme aire sous la courbe	On s'appuie sur la notion intuitive d'aire rencontrée au collège et sur les propriétés d'additivité et d'invariance par translation et symétrie.
Notation $\int_a^b f(x) dx$	On peut mener un calcul approché d'aire (parabole, hyperbole, etc.) pour illustrer cette définition.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Comment relier la question 1) de l'exercice à la définition de l'intégrale donnée en Terminale S ?
- 2- Explicitiez les théorèmes principaux utilisés dans l'exercice.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème de l'intégration.