

Thème : Fonctions
Étude du comportement local

1. L'exercice proposé au candidat

On définit la fonction f de la variable réelle x par $f(x) = x + 2x^2 \sin \frac{1}{x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$.

- 1) Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .
- 2) A l'aide de la définition de la dérivée, montrer que f est dérivable en 0 et que $f'(0) = 1$.
- 3) Peut-on en déduire que f est croissante près de 0 ?
- 4) Montrer que sur tout intervalle $[-\alpha, \alpha]$ il existe des points où f' vaut 1 et des points où f' vaut -1 .
- 5) Qu'en déduit-on du point de vue de la monotonie de f au voisinage de 0 ?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

- Q.1) Cet exercice est-il un exemple ou un contre-exemple ?
- Q.2) Sans indication à la question 2, quelle erreur les élèves vont-ils commettre ?

Avec $g : x \mapsto x + x^3 \sin \frac{1}{x}$ cette erreur de raisonnement n'aurait pas les mêmes conséquences.
Pourquoi ?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question Q.2)
- Un ou deux énoncés d'exercices sur le thème "Fonctions : Étude du comportement local".