

Thème : Fonctions

L'exercice

Soit k un réel. On considère la fonction F définie sur \mathbb{R} par :

$$F(x) = \int_0^x e^{kt^2} dt$$

On note \mathcal{C} la courbe représentative de F et l'on s'intéresse au nombre de points M_0 d'abscisse x_0 appartenant à \mathcal{C} et en lesquels la tangente à \mathcal{C} a un coefficient directeur égal à x_0 .

1) Montrer qu'un tel point M_0 existe si et seulement si $x_0 > 0$ et vérifie l'équation

$$(E) : \quad \ln x = kx^2$$

2) a) En utilisant l'outil informatique et en faisant varier les valeurs de k , conjecturer le nombre de solutions de l'équation (E) dans $]0, +\infty[$.

b) Si $k > 0$, trouver graphiquement une valeur approchée de k pour laquelle l'équation (E) a une unique solution dans $]0, +\infty[$.

3) Démontrer que pour $k < 0$, l'équation (E) a une unique solution dans $]0, +\infty[$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Précisez les connaissances et les compétences mises en jeu dans l'exercice.
- 2- Présentez, à l'aide du logiciel de votre choix, la ou les représentations permettant de faire les conjectures demandées à la question 2).
- 3- Proposer une solution de la question 3) de l'exercice telle que le candidat la présenterait à des élèves de terminale.
- 4- Présentez deux ou trois exercices se rapportant au thème "Fonctions".