

Thème : Utilisation des variations d'une fonction**L'exercice**

1. Pour tout réel $x > 0$, on pose : $f(x) = x - 1 - \ln(x)$.

Étudier les variations de la fonction f et en déduire que pour tout réel $x > 0$, on a :

$$\ln(x) \leq x - 1$$

2. Soient a, b et c des réels strictement positifs : on pose $m = \frac{a+b+c}{3}$. En appliquant l'inégalité précédente aux réels $\frac{a}{m}, \frac{b}{m}$ et $\frac{c}{m}$, montrer que :

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3 \geq abc$$

Le travail à exposer devant le jury

1- Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

2- Présenter une solution de la question 2).

3- Donner au moins deux méthodes différentes permettant de démontrer que pour tous réels strictement positifs a et b on a :

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab$$

4- Proposer un exercice se rapportant au thème “**Utilisation des variations d'une fonction**”.