

## Dossier 24-1

### Thème : Fonctions Étude du sens de variation

#### 1. L'exercice proposé au candidat

Le but de l'exercice est d'étudier la variation de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}.$$

1. Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g(x) = x^3 + 3x - 2.$$

- a) Dresser le tableau de variation de  $g$ .
- b) Montrer qu'il existe un réel  $\alpha$  unique tel que  $g(\alpha) = 0$ . Montrer que  $\alpha \in ]0, 1[$ .
- c) En utilisant la calculatrice, donner une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-4}$  près.
- d) En déduire le signe de  $g(x)$  suivant la valeur de  $x$ .

2.

- a) Déterminer les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
- b) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2 + 1)^2}$ .
- c) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

#### 2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé cet exercice :

- 1) Décrire les outils utilisés pour résoudre cet exercice.
- 2) A quel niveau peut-on proposer cet exercice ?
- 3) Serait-il raisonnable de la supprimer la question-indication 2-b) et laisser aux élèves le soin de remarquer la relation entre  $f'$  et  $g$  ?
- 4) Proposer deux exercices sur ce thème à des niveaux différents.