

Thème : Étude de suites

L'exercice

Soit a un réel. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = a$ et, pour tout entier n :

$$u_{n+1} = u_n(2 - u_n)$$

- 1) Étudier les cas $a = 0$, $a = 1$ et $a = 2$.

Dans toute la suite, on suppose que $a \in]0; 1[$.

- 2) Étudier les variations de la fonction f définie sur $[0; 1]$ par : $f(x) = x(2 - x)$.
- 3) Montrer que, pour tout entier n , on a : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$.
- 4) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente et déterminer sa limite.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Dégager les méthodes et savoirs mis en jeu dans l'exercice.
- 2- Présenter une solution de la question 4).
- 3- Proposer un ou plusieurs exercices se rapportant au thème “**Étude de suites**”.