Thème : Suites

1. L'exercice proposé au candidat

Soit (x_n) la suite définie par $\left\{ \begin{array}{rcl} x_{n+1} & = & \dfrac{1}{2}x_n + \dfrac{1}{2^n} \\ x_0 & = & 1 \end{array} \right.$

1) Déterminer x_1, x_2, x_3 et x_4, en laissant les résultats sous forme fractionnaire.
2) Montrer que la suite (x_n) est décroissante à partir du rang $n = 1$.
3) Montrer que la suite (x_n) est convergente et déterminer sa limite.
4) Conjecturer l'expression générale de x_n en fonction de n et démontrer cette égalité.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Quels sont les théorèmes mis en œuvre dans votre résolution de l'exercice.

Q.2) Proposer une étude de la suite (x_n) en introduisant la suite auxiliaire (u_n) définie pour tout entier n par $u_n = 2^n \cdot x_n$.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- L'énoncé d'un exercice établissant les propriétés de la suite (x_n) à l'aide de la méthode de la question Q.2).
- Les énoncés de deux exercices sur le thème « **Suites** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de première scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Suites Modes de générations d'une suite numérique. Suite croissante, suite décroissante. Suites arithmétiques et suites géométriques.	Étude de l'évolution de phénomènes discrets amenant à une relation de récurrence. Calcul des termes d'une suite sur calculatrice ou tableur ; observation des vitesses de crois sance (resp. de décroissance) pour des suites arithmétiques et des suites géométriques. Comparaison des valeurs des premiers termes des suites $(1+t)^n$ et $1+nt$ pour différentes valeurs de t (en lien avec la notion de dérivée). On pourra étudier numériquement, sur ordi- nateur ou calculatrice, le temps de doublement d'un capital placé à taux d'intérêt constant, la période de désintégration d'une substance radioactive, etc.	On veillera à faire réaliser sur calculatrice des programmes où interviennent boucle et test.

Programme de terminale scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Suites et récurrence		
Raisonnement par récurrence. Suite monotone, majorée, minorée, bornée.	On choisira des exemples permettant d'introduire le vocabulaire usuel des suites et nécessitant l'utilisation de raisonnements par récurrence. On s'appuiera sur un traitement tant nu- mérique (avec outils de calcul : calcu-latrice ou ordinateur) que graphique ou algébrique.	On présentera le principe de récurrence comme un axiome.
	On étudiera numériquement sur un ou deux exemples, la rapidité de convergence d'une suite (u_n) vers sa limite L, en complétant l'étude sur tableur par des encadrements de $(u_n - L)$. On traitera quelques problèmes menant à l'étude de suites $u_{n+1} = au_n + b$.	Aucune notion théorique de rapidité de convergence n'est au programme.
Suites adjacentes et théorème des suites adjacentes.	La notion de suites adjacentes sera introduite en liaison avec le calcul intégral : encadrements d'aires (par exemple aire d'un cercle par la méthode d'Archimède, aire sous une parabole). On montrera le lien avec l'écriture décimale d'un réel.	On fera le lien avec la méthode de dichotomie. L'objectif est d'enrichir la vision des nombres réels et d'indiquer l'importance des suites adjacentes dans le problème de la mesure des grandeurs géométriques ou physiques. L'étude de suites $u_{n+1} = f(u_n)$ pour approcher une solution de l'équation $f(x) = x$ n'est pas un objectif du programme : la dichotomie, le balayage suffisent au niveau de la terminale pour des problèmes nécessitant de telles approximations.
Théorème de convergence des suites croissantes majorées.		L'équivalence avec le théorème des suites adjacentes pourra faire l'objet d'un problème.