

Thème : matrices**L'exercice**

Dans une réaction chimique impliquant deux composés A et B, on sait qu'à chaque minute, 60 % du composé A ne réagit pas, le reste se transformant en B, tandis que seul 30 % du composé B se transforme en A. Aucun autre composé n'est produit lors de la réaction. On considère deux suites de nombres réels (u_n) et (v_n) donnant les quantités en grammes des composés n minutes après le début de la réaction, la masse totale des deux composés étant de 900 grammes.

- 1) Dans cette question seulement, on suppose qu'on dispose au départ de 450 grammes de composé A.
 - a) À l'aide d'un tableur, préparer sur une feuille de calcul trois colonnes intitulées respectivement n , (u_n) et (v_n) .
 - b) Entrer en deuxième ligne les valeurs initiales de n , (u_n) et (v_n) .
 - c) Compléter les cellules de la troisième ligne pour pouvoir, par recopie, simuler l'évolution des suites (u_n) et (v_n) en fonction de n .
 - d) En déduire u_{20} et v_{20} .
- 2) Après 3 minutes d'expérience, un dosage fait apparaître que la masse du composé A est en fait de 378 grammes. En procédant par essais et erreurs, retrouver les masses initiales de chaque composé en début de réaction.

Un extrait du manuel Odyssée terminale S spécialité (Hatier 2012)

Dans une réaction chimique impliquant deux composés A et B, on sait qu'à chaque minute, 60 % du composé A ne réagit pas, le reste se transformant en B, tandis que seul 30 % du composé B se transforme en A. Aucun autre composé n'est produit lors de la réaction. On considère deux suites de nombres réels (u_n) et (v_n) donnant les proportions des composés n minutes après le début de la réaction (n entier positif).

On note P_n la matrice colonne égale à $\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$.

- 1) Montrer que $P_{n+1} = MP_n$, où M est une matrice carrée d'ordre 2 que l'on explicitera. En déduire que $P_n = M^n P_0$.
- 2) a) Montrer que la matrice M est inversible, donner son inverse M^{-1} .
 - b) Après 3 minutes d'expérience, un dosage fait apparaître que la proportion de composé A est 42 %.
Retrouver les proportions initiales de chaque composé en début de réaction.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Comparez les compétences développées par les deux versions de l'exercice.
- 2- Exposez une correction de la question 2 de l'exercice du manuel comme vous le feriez devant une classe de terminale S.
- 3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *matrices*.