

Thème : Différents types de raisonnements**L'exercice**

Les propositions suivantes sont indépendantes. Préciser pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse. Justifier.

- 1) Pour tout entier n , le nombre $n(n+1)(2n+1)$ est divisible par 3.
- 2) Toute suite strictement croissante tend vers $+\infty$.
- 3) L'ensemble des nombres premiers admet un plus grand élément.

Un extrait des programmes officiels

Mathématiques - Série scientifique

BO n° 7 du 31 août 2000

(...)

Le monde mathématique de chaque élève s'élabore en grande partie à travers une pratique permanente de calculs, d'argumentations, de petits raisonnements et de démonstrations. Le niveau de rigueur exigible pour une démonstration dépend de l'expérience de l'élève dans le domaine où cette démonstration se situe : ainsi, pour la géométrie, pratiquée depuis l'école primaire, on peut prétendre exiger dès la classe de seconde un niveau de démonstration académique ; en analyse, par contre, la plupart des objets manipulés ne sont pas définis formellement à ce niveau d'études, et les élèves ne peuvent pas aboutir à des démonstrations parfaitement achevées : la nature et le niveau des rédactions exigibles ne peuvent pas être les mêmes. Il conviendra donc, à ce niveau d'étude, en particulier en analyse, d'accepter des argumentations conçues et exposées à l'aide de schémas (même si les élèves ne peuvent pas à ce stade les traduire en un texte linéaire). On gardera néanmoins l'état d'esprit déjà évoqué dans les programmes de collège et de seconde : repérer clairement le statut des divers énoncés en jeu (définition, axiome, théorème démontré, théorème admis,...). La déduction usuelle (par implication ou équivalence) et la manipulation du contre-exemple ont été travaillées en seconde ; des problèmes bien choisis permettront d'aborder en première le raisonnement par contraposition, par l'absurde ou par disjonction des cas ; le raisonnement par récurrence relève de la classe de terminale. La démonstration doit garder un caractère vivant et personnel et il convient d'éviter qu'elle n'apparaisse comme une activité relevant d'un protocole trop rigide. Chaque année, les assertions qui doivent être justifiées dans le cadre d'une pratique de la démonstration changent : il est difficile pour les élèves de cerner, parmi les éléments qui devaient être justifiés les années précédentes, ceux qui deviennent des évidences, pour lesquelles une justification ne ferait qu'alourdir la démonstration

Le travail à exposer devant le jury

- 1- En prenant appui sur l'extrait du bulletin officiel, montrer de quelle manière l'exercice permet d'illustrer certains objectifs du programme du cycle terminal de la série scientifique.
- 2- Indiquer le type de raisonnement qu'il est possible de mettre en oeuvre pour traiter chacune des propositions de l'exercice.
- 3- Proposer plusieurs exercices mettant en jeu différents types de raisonnement, dont un énoncé détaillé permettant à un élève de démontrer l'irrationalité de $\sqrt{2}$.