

## Thème : conjecture et démonstration

## L'exercice

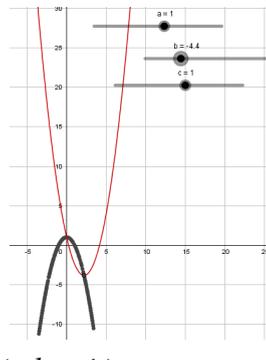
On considère les paraboles d'équation  $y = ax^2 + bx + c$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels, avec  $a$  non nul.

- 1- Quel est le lieu des sommets de ces paraboles lorsque  $b$  varie dans  $\mathbb{R}$ ,  $a$  et  $c$  étant fixés ?
- 2- On fixe  $c = 1$ . Tout point du plan est-il le sommet d'une de ces paraboles ?

## Les réponses de deux élèves de première S à la question 1

## Élève 1

En utilisant un logiciel de géométrie et en activant la trace du sommet, nous pouvons constater qu'il se déplace sur une parabole.

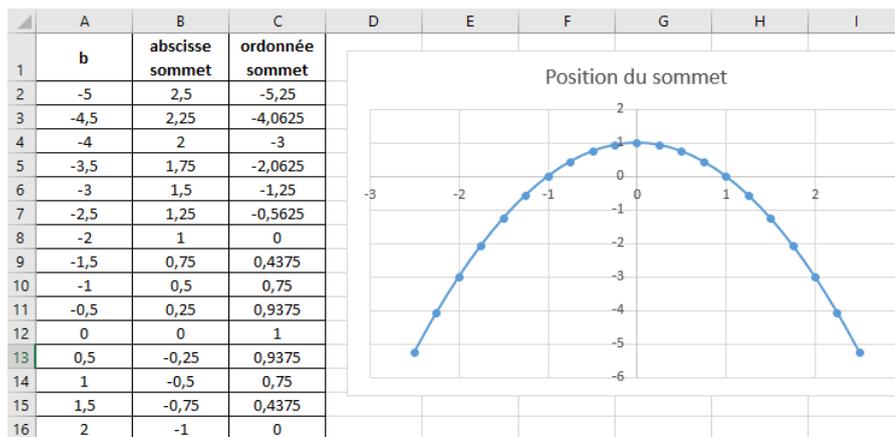


## Élève 2

Le sommet  $S$  d'une parabole d'équation  $y = ax^2 + bx + c$  a pour coordonnées  $\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$ .

Comme je ne vois pas quel est le lieu des sommets, j'ai utilisé un tableur.

J'ai fixé  $a = 1$  et  $c = 1$  pour obtenir une représentation graphique de la position du sommet : c'est une parabole d'équation  $y = 1 - x^2$ .



## Les questions à traiter devant le jury

- 1 - Analyser ces productions d'élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs. Vous préciserez l'aide que vous pourriez leur apporter.
- 2 - Présenter une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première S.
- 3 - Proposer deux exercices sur le thème *conjecture et démonstration*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. L'un au moins des exercices devra permettre notamment de développer la compétence « communiquer ».