

Thème : conjecture et démonstration

**L'exercice**

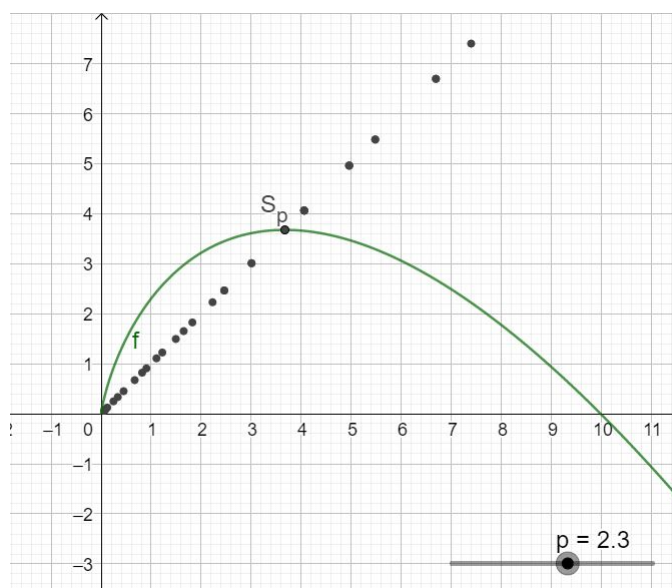
Pour tout réel  $p$ , on considère la fonction  $f_p$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f_p(x) = x(p - \ln x)$ .

- 1- Montrer que  $f_p$  possède un maximum sur  $]0; +\infty[$ , atteint en une valeur  $x_p$  que l'on précisera.
- 2- On note  $S_p$  le point de la courbe représentative de  $f_p$  d'abscisse  $x_p$ . L'affirmation suivante est-elle vraie?

**Affirmation :** lorsque  $p$  parcourt  $\mathbb{R}$ , l'ensemble des points  $S_p$  est une demi-droite.

**Les productions de deux élèves de terminale S à la deuxième question****Élève 1**

À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, j'ai affiché la trace des sommets des courbes des fonctions  $f_p$  :



J'observe que les points  $S_p$  sont alignés. L'affirmation est vraie.

**Élève 2**

À la première question, j'ai trouvé que  $x_p = e^{p-1}$  et donc on trouve la courbe d'une exponentielle. L'affirmation est fausse.

**Les questions à traiter devant le jury**

- 1 - Analyser les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs erreurs éventuelles. Vous préciserez l'accompagnement que vous pouvez leur proposer.
- 2 - Présenter une correction de la deuxième question de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale S.
- 3 - Proposer deux exercices sur le thème *conjecture et démonstration*, l'un au niveau collège et l'autre au niveau lycée. L'un des exercices devra notamment développer la compétence « raisonner ».