Thème : raisonnement

L'exercice

À tout réel m, on associe la droite $\mathcal{D}_m$ d'équation :

$$(2m-1)x+(5-m)y-4m-7=0.$$

1- Montrer qu'il existe un point K appartenant à toutes les droites $\mathcal{D}_m$.

2- (a) Déterminer m pour que $\mathcal{D}_m$ passe par le point A(1 ; 1).

(b) Si l'on se donne un point P du plan, existe-t-il toujours un nombre réel m tel que $\mathcal{D}_m$ passe par le point P ?

Les productions de deux élèves de première S

Élève 1

Avec un logiciel de géométrie, j'ai construit la figure avec un curseur pour le paramètre m. En faisant varier m, je vois que :

1. *Toutes les droites $\mathcal{D}_m$ passent par le point K(3 ;2).*
2. *(a) Avec $m=-1$, $\mathcal{D}_m$ passe par le point A.*

   (b) Quand m varie, la droite $\mathcal{D}_m$ balaie tout le plan donc on peut atteindre tous les points du plan.

Élève 2

1. *Si $m=0$, la droite $\mathcal{D}_0$ a pour équation $-x+5y-7=0$.*

   Si $m=5$, la droite $\mathcal{D}_5$ a pour équation $9x-27=0$.

   Les coordonnées du point d'intersection des deux droites vérifient le système

$$\begin{cases} -x+5y-7=0 \\ 9x-27=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

   Donc toutes les droites $\mathcal{D}_m$ passent par le point K(3 ;2).

2. *(a) On remplace les coordonnées de A dans l'équation $\mathcal{D}_m$ et on obtient $m=-1$.*

   (b) Si on fait comme dans la question précédente, on obtient une valeur de m donc il existe toujours un nombre m tel que $\mathcal{D}_m$ passe par le point P.

Les questions à traiter devant le jury

1 - Analyser la réponse des deux élèves en mettant en évidence leurs réussites ainsi que leurs éventuelles erreurs. Vous préciserez l'accompagnement que vous pouvez leur proposer.

2 - Présenter une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première S.

3 - Proposer deux exercices, un au niveau lycée et un au niveau collège, qui illustrent différents types de raisonnements utilisés en mathématiques.