

**Thème : Différents types de raisonnements****L'exercice**

On se propose ici d'illustrer une figure du raisonnement mathématique : le raisonnement par l'absurde.

On se donne une partie  $A$  de  $\mathbb{N}^*$ , finie et non vide.

On suppose que pour tous éléments  $m$  et  $n$  de  $A$ , l'entier  $\frac{m+n}{\text{pgcd}(m,n)}$  est encore dans  $A$ .

- 1) Montrer que l'entier 2 est élément de  $A$ .
- 2) Montrer que l'ensemble fini  $A$  ne contient que des entiers pairs.
- 3) Montrer que l'ensemble  $A$  se réduit au singleton  $\{2\}$ .

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1- Quelles sont les connaissances et les compétences mises en jeu dans l'exercice ?
- 2- Donnez une correction de la question 3) comme vous la présenteriez devant une classe.
- 3- Proposez au moins deux exercices illustrant le raisonnement par l'absurde, ou par contraposition, ou par "analyse-synthèse". On pourra puiser dans les domaines de la géométrie, de l'analyse, des probabilités ...