

Thème : Arithmétique

L'exercice

Le code d'identification d'un article est composé de sept chiffres entre 0 et 9. Les six premiers chiffres identifient l'article, le septième est une clé de contrôle destinée à détecter une erreur dans l'écriture des six premiers chiffres. On notera $x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$ un tel code. La clé de contrôle x_7 est le reste dans la division euclidienne par 10 de la somme :

$$N = (x_1 + x_3 + x_5) + 7(x_2 + x_4 + x_6).$$

1. Calculer la clé du code suivant : 923451●.
2. Un des chiffres du code suivant a été effacé : 134 ● 752. Retrouver ce chiffre.
3. Dans cette question, deux des chiffres du code ont été intervertis : au lieu de saisir $x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$, le dactylographe a saisi $x_1x_3x_2x_4x_5x_6x_7$.
Pour quelles valeurs de x_2 et de x_3 la clé de contrôle ne détecte-t-elle pas l'erreur ?

Des productions d'élèves**Question 1.**

$$N = (9 + 3 + 5) + 7 \times (2 + 4 + 1) = 17 + 49 = 66. \text{ Or } \frac{66}{10} = 6,6.$$

Le reste de la division euclidienne de N par 10 est 6. La clé de contrôle est donc 6.

Question 2.

$$N = (1 + 4 + 7) + 7 \times (3 + x_4 + 5) = 68 + 7x_4. \text{ Pour que } 68 + 7x_4 = 10q + 2 \text{ il faut que } x_4 = 2. \text{ En effet } 82 = 10 \times 8 + 2.$$

Question 3.

On a $N_1 = (x_1 + x_3 + x_5) + 7 \times (x_2 + x_4 + x_6)$ et $N_2 = (x_1 + x_2 + x_5) + 7 \times (x_3 + x_4 + x_6)$.
Pour que l'erreur ne soit pas détectée il faut que $N_1 \equiv N_2(10)$, c'est à dire que $10 | (N_1 - N_2)$
Or $N_1 - N_2 = 6(x_2 - x_3)$. $N_1 - N_2$ est donc divisible par 10 si $x_2 - x_3 = 0$. Il faut donc que les deux chiffres soient les mêmes pour que l'erreur ne soit pas détectée.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les productions de ces trois élèves en relevant en particulier leurs réussites et leurs erreurs.
- 2- Proposez une correction de la question 3 telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale scientifique, en vous appuyant sur les productions d'élèves.
- 3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *arithmétique*. Vous motiverez vos choix en précisant les objectifs visés par ces exercices.