

**Thème : Arithmétique**

L'exercice

- 1) Quel est le chiffre des unités de  $2^{50}$  ?
- 2) Déterminer les entiers naturels  $k$  tels que  $2^k - 1$  soit multiple de 51.

Les solutions de la question 1) proposées par cinq élèves de collège

-A-

$$2^{50} = (2^{10})^5$$

$$= 1024^5$$

$$4^5 = 1024$$

Donc  $2^{50}$  se termine par 4.

-B-

III) Pour que le calcul soit plus simple, je fais :

$$2^{25} \times 2^{25} = 33554432$$

$$\begin{array}{r} 33554432 \\ \times 33554432 \\ \hline \dots 4 \\ \dots 0 \\ \dots 00 \end{array}$$

$2^{50}$  se fini par 4

-C-

Quand on multiplie indéfiniment 2 par 2 on obtient toujours une succession de série de chiffres se terminant par 2, 4, 8, 6.  
 Donc  $2^{50}$  est une succession de 2 séries. Il reste encore à multiplier 2 fois par 2.  
 Donc  $2^{50}$  se terminera par 4.

-D-

$2^1 = 2$	Les mêmes chiffres se répètent à une intervalle de 4
$2^2 = 4$	
$2^3 = 8$	puissances, j'ai donc compte de 4 en 4 en partant de
$2^4 = 16$	
$2^5 = 32$	$2^2$ pour savoir quel chiffre il se arrivait à $2^{50}$ .
$2^6 = 64$	
$2^7 = 128$	$2^{50}$ se termine par 240A
$2^8 = 256$	
$2^9 = 512$	
$2^{10} = 1024$	

-E-

III  $2^{50} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10}$

Puisque il n'y a que la dernière chiffre qui nous intéresse, se multiplie que les derniers chiffres entre eux.

$= 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024$

16 x 16 x 4

36 x 4

24

$2^{50}$  se termine donc par un 4.

## Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analyser les travaux des élèves et la démarche mise en œuvre par chacun d'eux pour répondre à la question posée.
- 2- Donner une solution des deux questions de l'exercice pour une classe de terminale scientifique.
- 3- Proposer plusieurs exercices sur le thème de l'arithmétique, pouvant donner lieu à un traitement différent selon le niveau considéré.