

## Compléments d'analyse

### Troisième feuille de préparation

- Rappeler la définition de la dérivabilité d'une fonction à valeurs réelles en un point  $a$  de  $\mathbb{R}$ .  
Donner des exemples simples, tous justifiables à l'aide de la définition.  
Donner une autre définition, équivalente à la première. Interpréter graphiquement.
- Rappeler la formule de Leibniz de dérivation à l'ordre  $n$  d'un produit de fonctions. Démontrer cette formule en utilisant un raisonnement par récurrence.
- Rappeler ce qu'est une fonction de classe  $C^k$  sur un intervalle. Donner un exemple de fonction dérivable sur un intervalle mais qui n'est pas de classe  $C^1$ .
- Énoncer le théorème de Rolle (*CAPES 2016 - première composition*). En proposer une démonstration. Donner des exemples simples montrant l'importance des hypothèses de ce théorème.
- (*CAPES 2016 - première composition*)  
On suppose que  $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  est  $n$  fois dérivable sur  $[a, b]$  et s'annule en au moins  $n + 1$  points distincts de  $[a, b]$ . Montrer que la fonction dérivée  $n$ -ième  $g^{(n)}$  s'annule en au moins un point de  $[a, b]$ .
- Rappeler le théorème des accroissements finis. En donner une démonstration. Appliquer ce théorème à une fonction trinôme du second degré. Quelle propriété géométrique en déduit-on ?
- Préparer les exercices 30 à 37 de la feuille d'exercices.

## Compléments d'analyse

### Troisième feuille de préparation

- Rappeler la définition de la dérivabilité d'une fonction à valeurs réelles en un point  $a$  de  $\mathbb{R}$ .  
Donner des exemples simples, tous justifiables à l'aide de la définition.  
Donner une autre définition, équivalente à la première. Interpréter graphiquement.
- Rappeler la formule de Leibniz de dérivation à l'ordre  $n$  d'un produit de fonctions. Démontrer cette formule en utilisant un raisonnement par récurrence.
- Rappeler ce qu'est une fonction de classe  $C^k$  sur un intervalle. Donner un exemple de fonction dérivable sur un intervalle mais qui n'est pas de classe  $C^1$ .
- Énoncer le théorème de Rolle (*CAPES 2016 - première composition*). En proposer une démonstration. Donner des exemples simples montrant l'importance des hypothèses de ce théorème.
- (*CAPES 2016 - première composition*)  
On suppose que  $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  est  $n$  fois dérivable sur  $[a, b]$  et s'annule en au moins  $n + 1$  points distincts de  $[a, b]$ . Montrer que la fonction dérivée  $n$ -ième  $g^{(n)}$  s'annule en au moins un point de  $[a, b]$ .
- Rappeler le théorème des accroissements finis. En donner une démonstration. Appliquer ce théorème à une fonction trinôme du second degré. Quelle propriété géométrique en déduit-on ?
- Préparer les exercices 30 à 37 de la feuille d'exercices.