Université de Rennes

GA1 - Géométrie

Exercice à rendre pour le jeudi 23 novembre 2023

Dans tout l'exercice, $\mathscr{P}$ désigne le plan affine réel.
On appelle ***homothétie-translation*** du plan toute composée d'une homothétie et d'une translation du plan $\mathscr{P}$.

1) Soit f une homothétie-translation du plan. Montrer que f est bijective et que f transforme toute droite de $\mathscr{P}$ en une droite parallèle.

2) Soit $f : \mathscr{P} \longrightarrow \mathscr{P}$ une bijection transformant toute droite de $\mathscr{P}$ en une droite parallèle.

a) On suppose que f admet deux points fixes distincts O_1 et O_2.
Soit $M \notin (O_1O_2)$. Montrer que $f(M) = M$.
En déduire que f est l'identité.

b) On suppose que f admet exactement un point fixe. Montrer que f est une homothétie.

c) On suppose que f n'a pas de point fixe. Soit O un point de $\mathscr{P}$ et soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{f(O)O}$.
Vérifier que $g = t \circ f$ transforme encore chaque droite de $\mathscr{P}$ en une droite parallèle. Qu'en déduit-on pour f ?

3) Énoncer un théorème résumant cet exercice.

Master 1 MEEF - Second degré - Parcours Mathématiques 2023-2024

Université de Rennes

GA1 - Géométrie

Exercice à rendre pour le jeudi 23 novembre 2023

Dans tout l'exercice, $\mathscr{P}$ désigne le plan affine réel.
On appelle ***homothétie-translation*** du plan toute composée d'une homothétie et d'une translation du plan $\mathscr{P}$.

1) Soit f une homothétie-translation du plan. Montrer que f est bijective et que f transforme toute droite de $\mathscr{P}$ en une droite parallèle.

2) Soit $f : \mathscr{P} \longrightarrow \mathscr{P}$ une bijection transformant toute droite de $\mathscr{P}$ en une droite parallèle.

a) On suppose que f admet deux points fixes distincts O_1 et O_2.
Soit $M \notin (O_1O_2)$. Montrer que $f(M) = M$.
En déduire que f est l'identité.

b) On suppose que f admet exactement un point fixe. Montrer que f est une homothétie.

c) On suppose que f n'a pas de point fixe. Soit O un point de $\mathscr{P}$ et soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{f(O)O}$.
Vérifier que $g = t \circ f$ transforme encore chaque droite de $\mathscr{P}$ en une droite parallèle. Qu'en déduit-on pour f ?

3) Énoncer un théorème résumant cet exercice.