Feuille d'exercices sur les suites

Exercice 1. *Étudier la nature des suites (u_n) définies par:*

$$a)\ u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n};\ b)\ u_n = \frac{n+(-1)^n}{n+\ln n};\ c)\ u_n = \frac{a^n - b^n}{a^n + b^n} \text{ pour } a>0 \text{ et } b>0$$

$$d)\ u_n = \frac{n^2+\cos n}{2^n + \sin n};\ e)\ u_n = \prod_{p=2}^{n}(1-\frac{1}{p})$$

Exercice 2. *Calculer la limite des suites:*

$$a)\ u_n = \frac{\sum_{k=1}^{n}(2k-1)}{\sum_{k=1}^{n} k};\ b)\ u_n = \frac{\sum_{k=1}^{n} k^2}{n^3}$$

Exercice 3. *Étudier la nature des suites (u_n) définies par:*

$$a)\ u_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+p};\ b)\ u_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{n}{\sqrt{n^2+p}};\ c)\ u_n = \frac{1}{n!}\sum_{k=1}^{n} k!$$

Exercice 4. *Étudier la nature des suites (u_n) définies par:*

$$a)\ u_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k};\ b)\ u_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k!};\ c)\ u_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^2}$$

Exercice 5. *Les suites (u_n) et (v_n) convergent-elles?*

$$a)\ u_n = \sum_{k=1}^{2n}(-1)^{k+1}\frac{1}{k} \text{ et } v_n = u_n + \frac{1}{2n+1};\ b)\ u_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^3} \text{ et } v_n = u_n + \frac{1}{n^2}$$

Exercice 6. *On définit la suite (u_n) par $u_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt{k}}$. Montrer que les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) sont adjacentes. Conclusion?*

Exercice 7. *Étudier la nature des suites (u_n) définies par:*

$$a)\ u_{n+1} = -2u_n + 1;\ b)\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 2;\ c)\ u_{n+1} = iu_n + 1 - i$$

Exercice 8. *Étudier la nature des suites (u_n) définies par:*

$$a)\ u_0 = -1,\ u_1 = 1,\ u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n;\ b)\ u_0 = 2,\ u_1 = 2(1+i\sqrt{3}),\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - 4u_n$$