

Thème : Probabilités, échantillonnage**L'exercice**

Un laboratoire souhaite déterminer si un objet est radioactif. Pour cela, il utilise un compteur Geiger. Cet appareil compte les coups provoqués par la désintégration de particules. Ces coups peuvent être dus à la radioactivité de l'objet, ou être provoqués par un bruit de fond parasite. Chaque centième de seconde, la probabilité que l'appareil capte un coup dû au bruit de fond est égale à 0,03.

L'objet a été placé pendant dix secondes dans une pièce isolée et, durant ces dix secondes, le compteur a dénombré 37 coups. On cherche à savoir si ce résultat permet d'affirmer que l'objet est radioactif.

- 1) a) Simuler à l'aide d'un tableur le nombre de coups provoqués par le bruit de fond pendant une plage de 10 secondes.
b) Organiser 200 simulations analogues. Un comptage de 37 coups en dix secondes semble-t-il exceptionnel ? Que peut-on conjecturer sur la radioactivité de l'objet ?
- 2) On fait l'hypothèse, notée (H_0) que l'objet n'est pas radioactif. Soit X la variable aléatoire qui décompte le nombre de coups provoqués par le bruit de fond pendant une plage de 10 secondes.
 - a) Préciser la loi de la variable X et donner ses paramètres.
 - b) Déterminer le plus petit entier N tel que $\mathbb{P}(X \leq N) \geq 0,95$.
 - c) On décide de rejeter l'hypothèse (H_0) si le nombre de coups mesurés par le compteur sur cet objet, placé pendant 10 secondes dans une pièce isolée, est supérieur ou égal à $N + 1$. Que peut-on en conclure quant à l'objet pour lequel on a mesuré 37 coups ?

La solution proposée par trois élèves à la question 1.b).**Élève 1**

Sur 200 simulations, j'ai obtenu une seule fois 37 coups. C'est très exceptionnel, donc les coups observés sur l'objet prouvent qu'il est radioactif.

Élève 2

En simulant sur le tableur, on a eu 37 coups et même plus pour 19 expériences, ça fait à peu près 10 % de toutes les simulations. 10 % c'est peu mais ce n'est pas une exception. On ne peut rien dire.

Élève 3

En théorie, on doit obtenir 30 coups. J'ai obtenu un nombre de coups assez loin de 30 plusieurs fois. On ne peut pas savoir si c'est exceptionnel car pour cela il faut connaître l'écart-type. Dans une simulation, on ne peut pas connaître l'écart-type, donc je ne peux pas répondre en étant sûr.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence la pertinence de sa démarche, l'origine de ses éventuelles erreurs de raisonnement et les moyens d'y remédier.
- 2- Proposez une correction de la question 2 telle que vous l'exposeriez devant une classe.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *probabilités et échantillonnage*, dont l'un au moins nécessite la mise en oeuvre d'une simulation.