

Thème : Séries statistiques à deux variables

Exercice

Partie A

L'évolution de la population d'une région entre 1950 et 1990 a permis de construire le tableau suivant :

Année X_i	1950	1960	1970	1980	1990
x_i					
Population y_i en millions	2,5	3	3,6	4,4	5,2

- Lorsque X_i désigne le numéro de l'année, on pose $x_i = \frac{X_i - 1900}{10}$. Une décennie correspond alors à une unité. Compléter la seconde ligne du tableau.
- Construire, à l'aide de ces données, le nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$. Les unités graphiques seront de 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et de 2 cm pour 1 million sur l'axe des ordonnées.
- En première approximation, on peut envisager de représenter la population y comme une fonction affine de l'année x .
 - Expliquer pourquoi les accroissements absolus devraient être constants tous les 10 ans.
 - Déterminer l'équation de la droite d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés.
 - Quelle prévision ferait-on avec cette approximation pour la population de la région en l'an 2000 ?

Partie B

En 2000, la population a été en réalité de 6,2 millions. Les démographes intéressés par l'évolution de cette population ont alors modifié l'ajustement du nuage en tenant compte du fait que l'accroissement relatif de cette population est presque constant d'une décennie à l'autre.

- Vérifier que, pour les valeurs données, cet accroissement est voisin de 20 %.
- Expliquer pourquoi la fonction $f : x \mapsto 1,2^x$ peut être utilisée pour modéliser plus précisément l'évolution de la population étudiée.
- En utilisant cette modélisation, quelle prévision peut-on faire pour 2005 ? Quelle aurait été la prévision faite à l'aide de la première approximation ?

Travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée, partiellement ou en totalité, lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé cet exercice,

- Quels sont les savoirs mis en jeu ?
- Donner un exercice où une transformation des données conduit à proposer un ajustement affine sur les données transformées.
- Donner un autre exercice où les points sont « presque » alignés et où cet alignement peut s'expliquer par la dépendance « presque » affine à une troisième variable.

Chacun des exercices proposés devra faire appel à la calculatrice.

