

<b>Thème : Séries statistiques à deux variables</b>
---

**1. L'exercice proposé au candidat**

Le tableau ci-dessous donne la production annuelle d'une usine de pâte à papier (en tonnes) en fonction de l'année :

Année	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Production	325	351	382	432	478	538	708	930

- 1) Tracer le nuage de points correspondant.
- 2) Pour l'année  $i$ , on note  $p_i$  la production de pâte à papier et  $l_i = \ln(p_i)$ . Tracer le nouveau nuage de points  $(i, l_i)$ .
- 3) En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement par les moindres carrés de  $l_i$  en  $i$ .
- 4) En déduire une fonction d'ajustement de la production en fonction de l'année.
- 5) Quelle production peut-on prévoir en 2005 ?

**2. Le travail demandé au candidat**

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

*Après avoir résolu et analysé l'exercice le candidat rédigera sur sa fiche les réponses aux questions suivantes :*

- Q.1) Indiquer les classes de Lycée dans lesquelles on peut proposer cet exercice et les notions et outils mis en œuvre dans sa résolution.
- Q.2) Présenter sur une calculatrice les deux nuages de points.
- Q.3) Comment utiliseriez vous cet exercice pour présenter à une classe de Terminale ES la méthode d'ajustement par les moindres carrés ?
- Q.4) Quelles indications ajouteriez-vous à la question 4. pour amener un élève de Terminale à la résoudre ?
- Q.5) Proposer un ou plusieurs exercices sur le même thème.

### 3. Quelques références aux programmes

#### Programme de Terminale ES

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
<p><b>Statistiques et probabilités</b> Nuage de points associé à une série statistique à deux variables numériques. Point moyen.</p> <p>Ajustement affine par des moindres carrés.</p>	<p>On proposera aussi des exemples où la représentation directe en <math>(x, y)</math> n'est pas possible et où il convient, par exemple, de représenter <math>(x, \ln(y))</math> ou <math>(\ln(x), y)</math> et on fera le lien avec des repères semi-logarithmiques.</p> <p>On fera percevoir le sens de l'expression "moindres carrés" par le calcul sur tableur, pour un exemple simple de la somme <math>(y_i - ax_i - b)^2</math>. On évoquera sur des exemples l'intérêt éventuel et l'effet d'une transformation affine des données sur les paramètres <math>a</math> et <math>b</math>. On étudiera avec des simulations la sensibilité des paramètres aux valeurs extrêmes. On proposera des exemples où une transformation des données conduit à proposer un ajustement affine sur les données transformées.</p> <p>On proposera un ou deux exemples où les points <math>(x_i, y_i)</math> du nuage sont "presque" alignés et où cet alignement peut s'expliquer par la dépendance "presque" affine à une troisième variable.</p>	<p>L'objectif est de faire des interpolations ou des extrapolations.</p> <p>On admettra les formules donnant les paramètres de la droite des moindres carrés : coefficient directeur et ordonnée à l'origine. On traitera essentiellement des cas où, pour une valeur de <math>x</math>, on observe une seule valeur de <math>y</math> (par exemple, les séries chronologiques).</p> <p>Le coefficient de corrélation linéaire est hors programme (son interprétation est délicate, notamment pour juger de la qualité d'un ajustement affine).</p> <p>On verra ainsi que pouvoir prédire <math>y</math> à partir de <math>x</math> ne prouve pas qu'il y ait un lien de causalité entre <math>x</math> et <math>y</math>.</p>