

Thème : Techniques de dénombrement**L'exercice**

On se donne un entier n strictement positif.

Dans le plan rapporté à un repère d'origine O , on considère l'ensemble des points $M(x, y)$ avec x, y dans \mathbb{N} .

Un pion est initialement placé en O . On effectue de façon aléatoire n déplacements de ce pion selon deux directions possibles, qui sont équiprobables :

- vers le haut, en passant du point de coordonnées (x, y) à celui de coordonnées $(x, y + 1)$;
- vers la droite, en passant du point de coordonnées (x, y) à celui de coordonnées $(x + 1, y)$.

- 1) Quel est le nombre de trajectoires possibles ? Décrire l'ensemble A_n des points que peut atteindre le pion à l'issue des n déplacements.
- 2) Soit k un entier tel que $0 \leq k \leq n$ et soit M le point de A_n d'abscisse k .

a) Montrer que la probabilité pour que le pion arrive en M au bout de n déplacements

est $\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$ où $\binom{n}{k}$ est le k -ième coefficient binomial d'ordre n .

b) Sachant qu'à l'issue des n déplacements, le pion est en M , quelle est la probabilité que le premier déplacement du pion ait été vers la droite ?

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Quels sont les connaissances et les compétences mises en jeu dans cet exercice ?
- 2- Rédiger la correction de la question 2)a) de l'exercice, telle que vous la proposeriez à des élèves.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème "**Techniques de dénombrement**" en variant les niveaux concernés.