

## Thème : probabilités

## L'exercice

Soit  $S_0 = 0$ , on lance une pièce équilibrée, on pose  $\begin{cases} S_1 = S_0 + 1 & \text{si on obtient PILE,} \\ S_1 = S_0 - 1 & \text{si on obtient FACE.} \end{cases}$

En itérant le lancer de pièces, on définit une suite  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  telle que :

$$S_0 = 0 \text{ et pour tout entier naturel } n, \begin{cases} S_{n+1} = S_n + 1 & \text{si on obtient PILE,} \\ S_{n+1} = S_n - 1 & \text{si on obtient FACE.} \end{cases}$$

Pour tout  $n$  entier naturel, on note  $A_n$  l'événement « obtenir  $S_n = 0$  ».

Quelle est la probabilité de l'événement  $A_n$ , pour un entier naturel  $n$  non nul donné ?

## Les réponses de trois élèves de première scientifique

```

1 def suitealea(n) :
2     C=0
3     for I in range(10000) :
4         S = 0
5         for J in range(n) :
6             S = S + (2*randint(0,1) - 1)
7         if S ==0 :
8             C = C + 1
9     P = C/10000
10    return P

```

## Élève 1

Pour calculer la probabilité de  $A_n$ ,  
j'ai rédigé un programme en langage Python.  
J'ai lancé le programme pour différentes valeurs de  $n$ .

$n$	2	3	4	5	6	7	8
$P$	0.5	0	0.373	0	0.307	0	0.279

## Élève 2

Pour  $S_1$  on peut trouver : -1 ; 1.

Pour  $S_2$  on peut trouver : -2 ; 0 ; 2.

Pour  $S_3$  on peut trouver : -3 ; -1 ; 1 ; 3.

Pour  $S_4$  on peut trouver : -4 ; -2 ; 0 ; 2 ; 4.

Pour  $S_5$  on peut trouver : -5 ; -3 ; -1 ; 1 ; 3 ; 5.

Donc si  $n$  est impair alors  $P(A_n) = 0$  et si  $n$  est pair alors  $P(A_n) = \frac{1}{n+1}$ .

## Élève 3

J'ai construit un arbre pondéré, il me fait penser à la loi binomiale avec  $n$  et  $p = 0.5$ .

Avec l'arbre, j'ai calculé  $P(A_2) = 0.5$ ,  $P(A_3) = 0$ ,  $P(A_4) = 0.375$  et  $P(A_5) = 0$ .

Mais je n'ai pas trouvé le lien entre  $A_n$  et la loi binomiale quand  $n$  devient grand.

## Le travail à exposer devant le jury

- 1 - Analysez la réponse des trois élèves en mettant en évidence leurs réussites ainsi que leurs erreurs. Vous préciserez l'accompagnement que vous pouvez leur proposer.
- 2 - Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.
- 3 - Proposez deux exercices sur le thème *probabilités* l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. L'un des exercices devra notamment permettre de travailler la compétence « chercher ».